/1558

Ing. Richard Bareš,
vědecký pracovník ÚTAM-ČSAV,
Praha 6, Šolínova č. 7.

These

kandidátské disertační práce " Příčné spolupůsobení trámových konstrukcí."

1. Úvod . Moderní doba překotného technického rozvoje přináší ssebou stále větší snahu o lepší využití jednotlivých prvků a celkovou hospodárnost stavebního díla. To vyžaduje dokonalou znalost statického působení konstrukce jako celku. Jednou z hlavních otázek prostorového působení je příčné roznášení zatížení ve stavebních konstrukcích, zvláště železobetonových.

Příčným roznášením zatížení ve stavebních, většinou plošných konstrukcích rozumí se účinnost příčného spojení a jeho schopnost přenášet zatížení z jednoho hlavního nosného prvku na druhý.

Typickou ukázkou, kde se konstrukce vědomě příčně aktivisuje, jsou rošty. Avšak i konstrukce, které nejsou přímo navrhovány s ohledem na ~~zajišťování~~ zajištění příčného roznášení zatížení, avšak z konstrukčních, provozních nebo jiných důvodů jsou uspořádány tak, že někdy méně, někdy více účinně jsou spojeny hlavní nosné prvky, vykazují tak překvapující hodnoty příčného spolupůsobení, že při hospodárném návrhu je nelze nedbat.

Účelem předložené práce je objasnit otázky příčného roznášení ~~příčného roznáš~~ zatížení ve stavebních konstrukcích, provést rozbor dosavadních metod výpočtu (kapitola 2, 3) , podat přesné řešení problému (kapitola 5) a na základě zkoušek podat jednoduché avšak skutečnost dobře vystihující empirické řešení (kapitola 11).

Nejvýhodnější metody výpočtu jeví se ty, které používají součinitele příčného roznášení. Provedeme rozbor některých takových metod a jejich srovnání (kapitola 4). Při řešení trámových konstrukcí, spojených s deskou, budeme se zvláště zabývat stěnovým účinkem desky (kapitola 5), jehož značný vliv na příčné spolupůsobení byl doposud zanedbáván. K ověření teoretických výsledků a k porovnání různých metod výpočtu se skutečností byla provedena rozsáhlá měření na modelech i skutečných konstrukcích (II. část).

<u>2. Dosavadní výsledky výpočtu roštů.</u> Většina dosavadních metod, ať za předpokladu styčníků tuhých nebo kloubových popisuje konstrukci v jejím skutečném tvaru a udávají chování každého

prvku ve formě soustavy zbytných lineárních simultánních rovnic. Počet rovnic je většinou velký. Je obvykle zapotřebí určovat příčinkové plochy s dvojí křivostí, při čemž stanovení objemu příčinkové plochy představuje obtížný úkol.

3. Metody, které nahrazují rošt anisotropní deskou.

Za obvyklých předpokladů, platných pro tenké desky, lze obdržet ze závislosti mezi napětím a deformací v obecně anisotropním tělese základní rovnici nezatížené anisotropní desky ve tvaru bipotenciální rovnice funkce napětí. Parciální diferenciální rovnice ortotropní desky po vyjádření přetvoření průhybem vychází ve tvaru

$$K_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + K_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p$$

Nalezením průhybové funkce w (x,y) pro dané zatížení p (x,y) je problém úplně charakterisován. Přesné řešení diferencíální rovnice je možné pouze v několika málo případech zatížení, za jednoduchých okrajových podmínek. Převážná většina metod, řešících tento druh rovnice, používá postup, při kterém hledáme nejdříve základní funkci w(x,y), která splňuje buď obecnou rovnici desky anebo vyhovuje okrajovým podmínkám. V druhé fázi hledáme doplňkovou funkci, která spolu se základní splní jak obecnou rovnici desky, tak i všechny okrajové podmínky. Jsou to na př. metoda dvojitých Fourierových řad, metody variační, metody používající partikulárního řešení, diferenční metody, metoda singularit a posléze přímá řešení, jež jsou základem přibližných metod, používajících součinitelů příčného roznášení a příčinkových čar příčného roznášení namísto příčinkových ploch.

4. Rozbor některých metod výpočtů roštových konstrukcí, které používají součinitelů příčného roznášení. Nahražením skutečného příčného ztužení jedním náhradným ohebným příčníkem, vychází součinitel příčného roznášení i výrazy pro momenty a posouvající síly velmi podobné výrazům, které se obdrží při nahrazení skutečného příčného ztužení ztužením nekonečně tuhým .

Nahražením skutečného příčného ztužení spojitě rozloženým, chová se jednotkový pruh spojitého příčníku při malém počtu trámů jako trám na pružných podporách o tuhostech

$$S_i = \frac{\ell^4}{\pi^4 E I_{Pi}} ,$$

což je analogický výsledek řešení nahražením příčného ztužení jedním ohebným příčníkem, podle kterého je tuhost podpor

$$S_i = \frac{\ell^3}{48 E I_{Pi}} .$$

Při velkém počtu trámů lze je nahradit spojitě rozloženými po šířce konstrukce. Potom se chová jednotkový, spojitě rozložený příčník jako trám na pružném podkladě o modulu stlačitelnosti

$$s = S_T \frac{\pi^4}{\ell^4}$$

Na základě toho lze jednoduše vyjádřit průhyb w i součinitele příčného roznášení $K = w/w_o$, kde w_o je průhyb od zatížení , rozloženého po šířce celé konstrukce.

Srovnáním s přesným řešením Faltusovým plyne, že chyba, způsobená nahražením skutečného příčného ztužení spojitě rozloženým, je zanedbatelná a činí v krajním případě jednoho příčníku pouze 1,4 %. Nahražením trámů spojitě rozloženými na účinné šířce, větší na každé straně o polovinu vzdálenos-ti trámů než šířka skutečná, obdrží se přetvoření trámů na pružných podporách prakticky shodné s přetvořením na pružném podkladě.

Při uvažování odporu v kroucení lze výhodně rošt řešit na základě parciální diferenciální rovnice ortotropní desky. Přitom je nutno v konstrukci, kde existuje skutečná deska, její moment setrvačnosti v kroucení uvažovat poloviční hodnotou než vychází z obvyklých teorií pro obdélníkový průřez. K obdržení přesných výsledků je také zapotřebí uvažovat skutečnou hodnotu Poissonova součinitele. Řešení lze opět vyjádřit ve tvaru součinitelů příčného roznášení K .

Při nahražení skutečného příčného ztužení spojitě rozloženým, lze také zahrnout do počtu tuhost kroucení a výsledky vyjádřit ve tvaru součinitele příčného roznášení $k = w/w_s$, kde w_s je volný průhyb jednoho samostatného nosníku. Vychází se z předpokladu, že průhyb je dán řadou ve tvaru harmonické funkce. Pro přímo nezatížené trámy dává již první harmonická dobře vyhovující součinitele k. Odečtením součtu průhybů nezatížených trámů takto získaných od volného průhybu jednoho samostatného nosníku, obejdeme výpočet součinitelů pro další harmonické v zatíženém trámu, čímž se výpočet značně zjednoduší. Lze zde také použít interpolačního vzorce pro obecnou tuhost v kroucení použitím součinitelů, odvozených pro nulovou a nekonečně velkou tuhost v kroucení, jejichž výpočet je podstatně jednodušší.

5. Trámové konstrukce spojené s deskou.

Jestliže jsou trámy ve vzdálenosti menší než je spolupůsobící šířka desky v podélném ohybu, přistupuje k roznášecímu účinku vlivem ohybové tuhosti a tuhosti v kroucení desky ještě roznášecí účinek smykovou pevností desky. Tento účinek nazýváme "stěnovým účinkem" desky oproti účinkům ostatním, které souhrnně označujeme "deskový účinek". Velikost stěnového účinku je různá podle rozměrových poměrů konstrukce. Je větší při malé vzdálenosti trámů a u vyšších trámů. Poněvadž vodorovné smykové síly vyvozují v podélnících kromě ohybového momentu vždy normálné síly, je účinek smykové tuhosti různý pro horní a spodní vlákna podélníků. V horních vláknech zatíženého trámu nastává tím, že moment i normálná síla vyvozují napětí stejného smyslu značné odlehčení. Naproti tomu ve spodních vláknech, kde ohybový moment a normálná síla vyvozují napětí opačného smyslu, nastane jen malé snížení napětí. Vychází-li se tedy při praktickém návrhu trámové konstrukce s deskou z příčinkové čáry příčného roznášení, stanovené z průhybů, neobdrží se zvláště shoda s poměrnými napětími horních vláken.

Přesný postup na základě teorie ortotropní desky vede k parciální diferenciální rovnici osmého řádu

$$a_1 \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + a_2 \frac{\partial^8 w}{\partial x^6 \partial y^2} + a_3 \frac{\partial^8 w}{\partial x^4 \partial y^4} + a_4 \frac{\partial^8 w}{\partial x^2 \partial y^6} + a_5 \frac{\partial^8 w}{\partial y^8} = 0,$$

jejíž řešení je obtížné a v praksi těžko použitelné. Na několika příkladech je ukázán vliv stěnového účinku. Chyba v průhybu proti řešení proti obvyklé diferenciální rovnici ortotropní desky čtvrtého řádu roste přibližně kvadraticky s parametrem, představujícím míru excentricity mezi těžišťovou plochou isotropní desky a těžišti trámů a přibližně lineárně s parametrem, vyjadřujícím poměr průřezových ploch trámů a desky. Důležitý je také parametr, vyjadřující poměr tuhosti ortotropní desky ve směru trámů k tuhosti isotropní desky. Největší chyba vzniká, při jakýchkoliv hodnotách ostatních dvou parametrů, při jeho minimální hodnotě. Se vzrůstem tohoto parametru ubývá chyba nejdříve rychle, pak pomaleji, až dosáhne hodnoty 0 při jeho hodnotě blížící se nekonečnu.

Na základě rovnovážových výminek prvků trámu a desky od sebe oddělených, lze odvodit pomocí různých početních operací za určitých předpokladů metodu výpočtů trámových konstrukcí, spojených s deskou, ve tvaru soustavy obyčejných diferenciálních rovnic. Jejich řešením obdrží se přímo hodnoty napětí, momentů a posouvajících sil, potřebných k dimensování všech částí konstrukce. Řešení diferenciálních rovnic se může obejít, vyjádří-li se všechny funkce objevující se v rovnicích ve tvaru Fourierovy řady. Výpočet se pak redukuje na řešení soustavy simultánních algebraických rovnic. Řešení rovnic se v případě symetrické konstrukce podstatně urychluje rozložením obecného zatížení na zatížení symetrické a antimetrické a při libovolném počtu trámů redukuje se výpočet na řešení dvou soustav rovnic, neboť levé strany zůstávají stejné pro případ symetrického, resp. antimetrického zatížení kteréhokoliv trámu. Rozborem,provedeným na jednoduchém případě, plyne, že i při nulové ohybové tuhosti desky přenášely okolní trámy přímo zatíženému podstatnou část zatížení. Při tuhosti desky blížící se nekonečnu, není správné se domnívat, že napětí ve všech trámech jsou stejná, i když jsou stejné průhyby i křivosti trámů.

6. Závěr. Metody, používající součinitele příčného roznášení při výpočtu roštových konstrukcí, jsou nejvhodnější, neboť používají příčinkové čáry příčného roznášení namísto příčinkových ploch, používaných jinými metodami a dají se aplikovat i na jiné konstrukce.

Přesné řešení trámové konstrukce spojené s deskou, je možné provést buď pomocí teorie anisotropní desky, vedoucí však k obtížnému matematickému zpracování, nebo autorovy metody, vedoucí v běžných případech k řešení soustavy simultánních algebraických rovnic.

II. část.

7. Úvod. K potvrzení předchozích úvah o vlivu stěnového účinku desky a k získání co nejpodrobnějších informací o chování trámové konstrukce s deskou, jakož i jiných konstrukcí, bylo provedeno několik zkoušek modelů i konstrukcí ve skutečné velikosti.

8. Železobetonový model I. Podrobným měřením na modelu trámové železobetonové konstrukce s deskou , zmenšené v poměru 1 : 4 , různě zatěžované, byl potvrzen značný vliv stěnového účinku desky zvláště na napětí horních vláken trámů. Průběh napětí horních vláken (v příčném směru) je podstatně příznivější než podle obvyklých metod výpočtu, zatím co průběh napětí spodních vláken a průhybů souhlasí přibližně s průběhem vypočteným. Průběh napětí horních vláken se liší podstatně od průběhu průhybů (až asi o 25 %) , naproti tomu průběh napětí spodních vláken s průběhem průhybů v příčném směru se přibližně shoduje (asi 3 %). Při zatížení osamělým břemenem je příčné roznášení nejhorší v příčné rovině, procházející působištěm síly a rychle se zlepšuje v rovinách vzdálenějších od břemene. Toto zlepšení je nejvýraznější pro napětí horních vláken. Při zatížení sinusovým zatížením zůstává příčné roznášení po celé délce trámů přibližně konstantní.

Vzrůst napětí i průhybů je až do porušení přibližně lineární a příčné roznášení se až do porušení podstatně nemění.

9. Železobetonový model II.

Z dosud provedených měření dobře souhlasí průběh napětí v desce rovnoběžně s trámy po celé šířce konstrukce s výsledky nové metody řešení.

10. Stropy montované. Zkoušky dvou stropů z prefabrikovaných nosníků s vložkami ze škvárobetonu ukázaly velké příčné roznášení zatížení. Přímo zatížený trám přebírá jen asi 30 % zatížení. Konstrukce se chová jako úplně tuhá v kroucení a součinitel příčného roznášení lze pro ni určit podle Guyon-Massonneta, zavede-li se do výpočtu součinitele příčného ztužení ϑ redukovaná ohybová tuhost $\varrho_P = \frac{\overline{\varrho_P}}{100}$, kde $\overline{\varrho_P}$ je tuhost v příčném směru na jednotku délky průřezu o stejné výšce jako v konstrukci, ale bez uvažování otvorů a tuhost ϱ_T ideálného monolitického průřezu v podélném směru , při čemž není třeba přihlížet k rozdílným vlastnostem materiálu. Škvárobetonové vložky poměrně značně spolupůsobí v podélném ohybu. Nabetonováním 5cm vrstvy mezi nosníky se podstatně nezvětšuje příčné roznášení, avšak snižují se znatelně průhyby. Porušení nastává vyčerpáním únosnosti přímo zatíženého nosníku dosažením meze průtažnosti výztuže dříve, než dojde k porušení příčného ztužení.

11. Empirický vzorec pro stanovení příčného roznášení. Na základě velkého počtu experimentálních výsledků byla nalezena funkce

$$F\ (x, y, a, b, c, d, e, f)$$

která v uzavřeném tvaru dostatečně přesně vystihuje příčinkovou čáru příčného roznášení v závislosti na průřezových parametrech a,b,c,d,e,f , šířky konstrukce **x** a průhybu **y** . Tato funkce lze v parametrickém tvaru psát:

$$u^2+\left(y-b\frac{b}{a}\sqrt{a^2-t^2}\right)^2-t^2=0$$

$$t\,(y-c)+u\left(c-b\frac{b}{a}\sqrt{a^2-t^2}\right)=0$$

$$x^2+2e\left(d-f-\frac{y-f}{u}x\right)=0$$

kde

$$c_2<c\leq\infty;\quad 0<d<2b;\quad 0<f<d$$

Výhodněji než analytické řešení je postup grafický, který je poměrně velmi jednoduchý.

V některých případech lze dostatečně přesně vyjádřit příčinkovou čáru příčného roznášení ve tvaru

$$y=\frac{\alpha\,\beta^2}{\beta^2+x^2}$$

jako funkci dvou parametrů α a β.

<u>12. Zhodnocení výsledků experimentálního výzkumu.</u> Všechny výsledky zdůrazňují činnost desky v roštové konstrukci ; mimo tuhosti v ohybu a v kroucení desky účinně se také uplatňuje tuhost desky ve smyku v její rovině.

Příčné roznášení se nemění podstatně až do stadia těsně před porušením, ani pro různé druhy zatížení. Napětí v desce v příčném směru mají menší hodnoty než vypočtené,až o 60 %.

Průběh napětí horních vláken jednotlivých nosníků je podstatně odlišný od průběhu průhybů v příčném směru, zatím co průběh napětí spodních vláken je přibližně shodný s průběhem průhybů.

Příčné roznášení většinou dobře popisuje metoda Guyon-Massonnetova při zavedení efektivní tuhosti v kroucení. Shodu se skutečností v napětí horních vláken konstrukcí s deskou nelze však tímto způsobem obdržet. Je nutné použít jiné metody výpočtu, uvažující stěnový účinek desky, na př. autorovy, která dává výsledky dobře se shodující se skutečností.